Travaux Pratiques

Théorie des fonctions de croyance

Partie 1 : Quelques manipulations avec un tableur

Cette première partie s'effectue sous un tableur, par exemple : Excel, Open Office Calc, ...

alpha1	0
alpha2	0

EF	m1	^m1	^bel1	^pl1	^q1	^b1
∅						
{a}						
{b}						
{a,b}						
{c}						
{a,c}						
{b,c}						
{a,b,c}						
	0					

EF	m2	^m2	^bel2	^pl2	^q2	^b2
∅						
{a}						
{b}						
{a,b}						
{c}						
{a,c}						
{b,c}						
{a,b,c}						
	0					

Figure 1 – Affichage demandé pour les fonctions de masse m_1 et m_2, $^\wedge m1$ désigne la fonction de masse affaiblie.

On souhaite réaliser une feuille de calcul permettant d'effectuer différents calculs à partir de deux fonctions de masse m_1 et m_2 définies sur le cadre $\Omega = \{a, b, c\}$.

Les différentes fonctionnalités de cette "calculatrice" seront les suivantes :

1. On pourra saisir les valeurs des fonctions de masse m_1 et m_2.
2. En dessous des valeurs des masses apparaîtra la somme des masses qui s'affichera en rouge tant qu'elle ne sera pas égale à 1.
3. Il sera possible d'effectuer un affaiblissent de chacune des masses. On appellera $alpha1$ (resp. $alpha2$) le taux d'affaiblissement de la fonction de masse m_1 (resp. m_2).
4. On affichera ensuite les fonctions de croyance, plausibilité, communalité et implicabilité associées à chacune des fonctions de masse affaiblies.
5. Sans les formules, l'affichage de votre feuille de calcul devra ressembler à celui illustré sur la figure 1.
6. Compléter votre feuille en calculant les combinaisons conjonctive, disjonctive et de Dempster sous les 5 formes : fonction de masse, fonction de croyance, fonction de plausibilité, fonction de commonalité et fonction d'implicabilité . Commenter les résultats obtenus.

Partie 2 : Quelques manipulations sous Matlab

Matlab (MATrix LABoratory) est à la fois un langage de programmation et un environnement de développement permettant d'effectuer des calculs numériques, en facilitant notamment le calcul matriciel. Il est très employé dans la communauté scientifique. Sa version gratuite s'appelle Scilab.

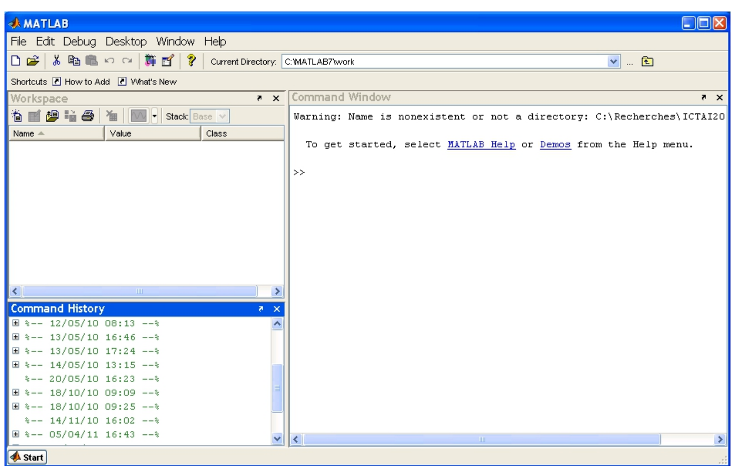

Figure 2 – Affichage de Matlab à son ouverture.

Dans cette seconde partie du TP, vous vous initierez à Matlab puis vous effectuerez quelques calculs avec des fonctions de croyance.

À l'ouverture de Matlab vous devez avoir une interface voisine de celle illustrée sur la figure 2.

1. La partie **Command window** permet d'exécuter des commandes en dehors de programme et affiche les résultats. Taper par exemple $1+1$. Puis taper $a = 1$. Remarquer les variables apparaîtrent dans la partie **Workspace** .
2. Un vecteur (une matrice une ligne) est créé de la manière suivante avec par exemple $x = [2\ 4\ 3\ 7\ 1]$.
3. Une matrice est quant à elle constituée de plusieurs lignes : $y = [2\ 4\ 3\ ;\ 7\ 1\ 2\ ;\ 5\ 0\ 2]$.
4. Tester les commandes suivantes et commenter :
   (a) $a = 1$
   (b) $a = 1;$
   (c) a
   (d) $disp(a)$
   (e) $b = sin(pi * a/2)$
   (f) R = input('How many apples ? ')
   (g) help input
   (h) doc input
   (i) $x = [2\ 4\ 3\ 7\ 1]$
   (j) $y = [2\ 4\ 3\ ;\ 7\ 1\ 2\ ;\ 5\ 0\ 2]$
   (k) $max(x)$
   (l) $max(y)$
   (m) $mean(x)$
   (n) $mean(y)$
   (o) x'
   (p) x=[2 2 2 1 3 4 1 1]
   (q) hist(x)
   (r) x=[1 2 3 4 5] ; y=[1 4 9 16 25] ; plot(x,y,'r*')
   (s) plot(x,y,'b-')

(t) help plot

(u) save file1

(v) clear

(w) load file1

5. Concernant la manipulation des matrices et des vecteurs, tester les commandes suivantes et commenter :
   (a) $a = zeros(3)$
   (b) $a = ones(3)$
   (c) $a = ones(1, 4)$
   (d) $a = 2 * ones(1, 4)$
   (e) $a = eyes(3)$
   (f) a = [1 2 3 ; 4 5 6]
   (g) a(1,2)
   (h) a(1,2)=4
   (i) a(1,4)=7
   (j) b=1 :4
   (k) c=1 :2 :7
   (l) d=[a ;b ;c]
   (m) d(:)
   (n) d(1, :)
   (o) d(1,2 :3)
   (p) d(1,2 :end)
   (q) c=[1 2 ; 3 4]
   (r) c'
   (s) c^-1
   (t) c.*c
   (u) c*c
6. Créer avec la commande la plus courte possible la matrice A suivante :

$$\begin{matrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

7. Pour représenter une fonction de masse il est pratique d'ordonner les éléments de Ω suivant un ordre binaire. Par exemple, si $\Omega = \{a, b, c\}$ on aura :

Position	cba	Ω	$\mathbf{m}$
1	000	$\emptyset$	$m(\emptyset)$
2	001	a	$m(\{a\})$
3	010	b	$m(\{b\})$
4	011	a, b	$m(\{a, b\})$
5	100	c	$m(\{c\})$
6	101	a, c	$m(\{a, c\})$
7	110	a, c	$m(\{b, c\})$
8	111	a, b, c	$m(\{a, b, c\})$

8. Par convention on notera un vecteur ou une matrice en gras. Représenter le vecteur associé à la masse $\mathbf{m}$ définie sur $\Omega = \{a, b, c\}$ par $m(\{a\}) = .3$ et $m(\Omega) = .7$.

9. On souhaite maintenant calculer la fonction d'implicabilité $\mathbf{b}$ associée à $\mathbf{m}$

   (a) Rappeler la formule permettant de calculer $\mathbf{b}$ à partir de $\mathbf{m}$.

   (b) À partir de cette formule, trouver la matrice $\mathbf{M_{m \to b}}$ t.q. $\mathbf{b} = \mathbf{M_{m \to b}} \cdot \mathbf{m}$.

   (c) Aide :

$$\text{Si } \Omega = \{a\} \text{ on a } \mathbf{M_{m \to b}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Si } \Omega = \{a, b\} \text{ on a } \mathbf{M_{m \to b}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

10. Calculer de la même façon la probabilité pignistique issue de $\mathbf{m}$

    (a) Aide, si $\Omega = \{a, b\}$ on a :

$$\mathbf{M_{m \to betP}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/1 & 1/2 \\ 0 & 1/1 & 1/1 & 2/2 \end{bmatrix}$$

    (b) Il convient ensuite de normaliser $\mathbf{betP}$ (au cas où $m(\emptyset) > 0$).

11. En fonction du temps rester, voyez comment effectuer une combinaison conjonctive (on se rappelera que $q_{1 \bigcirc\!\!\!\!\cap\, 2} = q_1 \cdot q_2$).
12. Pour aller plus loin, vous pouvez consulter l'article de Philippe Smets suivant : **The application of the matrix calculus to belief functions**, *International Journal of Approximate Reasoning, vol. 31, pp. 1-30, 2002.*