

## TRAVAUX DIRIGÉS

### THÉORIE DES FONCTIONS DE CROYANCE

**Exercice 1** Soient  $\Omega = \{a, b, c\}$  et les fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  définies respectivement par :

- $m_1(\{a\}) = .2$ ,  $m_1(\{b, c\}) = .2$  et  $m_1(\Omega) = .6$
- $m_2(\{a, c\}) = .5$ ,  $m_2(\{b\}) = .1$  et  $m_2(\Omega) = .4$

1. Calculer le résultat des combinaisons suivantes :  $m_1 \frown m_2$ ,  $m_1 \oplus m_2$  et  $m_1 \circlearrowleft m_2$ .
2. Calculer la probabilité pignistique issue de chacune des combinaisons précédentes.
3. Calculer  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_1 \frown_2$  les fonctions de communalité respectives des fonctions de masse  $m_1$ ,  $m_2$  et  $m_1 \frown_2$ , puis vérifier que  $q_1 \frown_2 = q_1 \cdot q_2$ .
4. Calculer  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_1 \circlearrowleft_2$  les fonctions d'implicabilité respectives des fonctions de masse  $m_1$ ,  $m_2$  et  $m_1 \circlearrowleft_2$ , puis vérifier que  $b_1 \circlearrowleft_2 = b_1 \cdot b_2$ .

**Exercice 2** On considère une urne contenant 30 boules rouges et 60 boules qui sont noires ou jaunes, ainsi que les 4 paris suivants :

- a. Vous recevez 100€ si vous tirez une boule rouge.
- b. Vous recevez 100€ si vous tirez une boule noire.
- c. Vous recevez 100€ si vous tirez une boule rouge ou jaune.
- d. Vous recevez 100€ si vous tirez une boule noire ou jaune.

1. Indiquer la fonction de masse  $m$  représentant les informations sur les boules contenues dans l'urne.
2. Calculer les risques espérés inférieurs et supérieurs de chacun des paris puis commenter ces résultats.

**Exercice 3** Big Boss a décidé que M. John devait mourir. Pour cela, il a fait appel à l'un de ses assassins Peter, Paul ou Mary. Un témoin a vu l'assassinat de M. John et affirme que le meurtrier est un homme. Cependant ce témoin est ivre 20% du temps.

1. Proposer une masse de croyance en accord avec ces informations.

2. Un cheveu blond a été retrouvé sur les lieux du crime, or seuls Paul et Mary sont blonds. On estime à 60% les chances que ce cheveu appartienne bien au coupable. Proposer une fonction de masse représentant cette nouvelle information.
3. Combiner ces fonctions de masse.
4. Choisir la décision minimisant le risque pignistique (on choisira des coûts 0-1).

**Exercice 4** On s'intéresse à un problème de détection d'objets. Trois capteurs  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont utilisés. La confiance respective dans le résultat de chacun de ces capteurs est .9, .8 et .7. Les capteurs  $A$  et  $B$  détectent un objet dans une zone 1. Le capteur  $C$  détecte un objet dans une zone 2 disjointe la zone 1. On considère que plusieurs objets peuvent être à détecter en même temps.

1. Proposer un modèle basé sur des fonctions de croyance en accord avec ces informations. Préciser votre choix de cadre(s) de discernement, de fonctions de masse, de combinaison et de décision.
2. Rappeler les hypothèses préalables à l'utilisation d'une combinaison conjonctive ?
3. On considère maintenant qu'il n'y a qu'un seul objet possible à détecter. Modifier votre modèle en conséquence et commenter le.

**Exercice 5** Indiquer comment vous pourriez modéliser chacune des situations suivantes avec des fonctions de croyance.

1. On s'intéresse à la détermination du contenu d'un sol sous-marin. Ce dernier a été quadrillé et chaque case contient une part de sable, de roche et de vase.
2. On dispose d'une information concernant le prochain cours d'une action en bourse : elle va possiblement grimper d'un certain nombre de point. Dans un premier temps, on apprend que la source d'information n'est fiable qu'à 50%. Puis, dans un second temps, on nous informe qu'il s'agit d'une fausse information issue de la concurrence .
3. On s'intéresse au processus de maturation d'un fruit, celui-ci passe progressivement d'un état vert, à un état mûr puis pourri .